

第十章 二元一次方程组

10.1 二元一次方程组的概念



刷基础

1. **A** 【解析】根据二元一次方程组的定义可知

$$\begin{cases} x=1, \\ y=1, \end{cases} \begin{cases} x=2, \\ 3y-x=1 \end{cases} \text{ 是二元一次方程组, 共 2 个,}$$

故选 A.

2. **D** 【解析】 $\because (a-2)x^{|a|-1}-3y=2$ 是关于 x, y 的二元一次方程, $\therefore |a|-1=1$ 且 $a-2 \neq 0$, 解得 $a=-2$, 故选 D.

3. **①③** 【解析】含两个未知数, 且含有未知数的项的次数都是 1 的整式方程才是二元一次方程, 故①③符合题意; ②中含未知数的项的次数是 2, 不符合题意; ④不是整式方程, 不符合题意; ⑤合并后只含有一个未知数, 不符合题意.

4. **D** 【解析】A 选项, $\begin{cases} x=1, \\ y=0 \end{cases}$ 是 $x+y=1$ 的解, 说法正确, 不符合题意; B 选项, 若方程有正整数解, 则 $x \geq 1, y \geq 1$, 故 $x+y \geq 2$, 与 $x+y=1$ 矛盾, 故方程没有正整数解, 说法正确, 不符合题意; C 选项, 它有无数个解, 说法正确, 不符合题意; D 选项, 它只有一个解, 说法错误, 符合题意. 故选 D.

5. **B** 【解析】 \because 二元一次方程组 $\begin{cases} x+y=1, \\ * \end{cases}$ 的解是 $\begin{cases} x=-1, \\ y=a, \end{cases} \therefore -1+a=1, \therefore a=2, \therefore$ 二元一次方程组的解为 $\begin{cases} x=-1, \\ y=2, \end{cases} \therefore x-y=-1-2=-3, x+2y=-1+2 \times 2=3, 2x-y=2 \times (-1)-2=-4, 2x+3y=2 \times (-1)+3 \times 2=4$, 故 * 表示的方程可能是 $x+2y=3$, 故选 B.

易错警示

注意未知数的系数不能为零.

方法技巧

判定二元一次方程时要“三看”: 一看原方程是不是整式方程; 二看方程是否含有两个未知数; 三看含未知数的项的次数是否都为 1.

易错警示

由于二元一次方程组中两个方程的公共解才是这个方程组的解, 所以判断一组数值是不是方程组的解时, 一定要代入这个方程组的所有方程中, 不能只代入方程组中的某一个方程就得出结论.

6. $3x-2y=-3$ (答案不唯一) 【解析】这个方程可以是 $3x-2y=-3$ (答案不唯一).

7. **C** 【解析】 \because 三只栖一树, 五只没去处, \therefore 设有 x 棵树, 则有 $(3x+5)$ 只鸦, 故 A 选项不符合题意; \because 五只栖一树, 闲了一棵树, \therefore 设有 x 棵树, 则可列方程为 $3x+5=5(x-1)$, 故 B 选项不符合题意; 根据 $3x+5=5(x-1)$, 解得 $x=5$, 则 $3x+5=3 \times 5+5=20$, 即共有 5 棵树, 20 只鸦, 故 D 选项不符合题意; 若设有 x 棵树, 有 y 只鸦, 则可列方程组为 $\begin{cases} y-3x=5, \\ y=5(x-1), \end{cases}$ 故 C 选项符合题意. 故选 C.

刷易错

8. 【解】小华的解答过程不正确, 正确的解答过程如下:

$$\text{把 } \begin{cases} x=3, \\ y=-5 \end{cases} \text{ 代入方程 } 4x+2y=2, \text{ 左边 } = 4 \times 3 + 2 \times (-5) = 2, \text{ 右边 } = 2, \text{ 左边 } = \text{右边},$$

$$\text{所以 } \begin{cases} x=3, \\ y=-5 \end{cases} \text{ 是方程 } 4x+2y=2 \text{ 的解;}$$

$$\text{把 } \begin{cases} x=3, \\ y=-5 \end{cases} \text{ 代入方程 } x+y=-1,$$

$$\text{左边 } = 3 + (-5) = -2, \text{ 右边 } = -1, \text{ 左边 } \neq \text{右边},$$

$$\text{所以 } \begin{cases} x=3, \\ y=-5 \end{cases} \text{ 不是方程 } x+y=-1 \text{ 的解.}$$

$$\text{综上所述, } \begin{cases} x=3, \\ y=-5 \end{cases} \text{ 不是二元一次方程组}$$

$$\begin{cases} 4x+2y=2, \\ x+y=-1 \end{cases} \text{ 的解.}$$

10.2 消元——解二元一次方程组

10.2.1 代入消元法



刷基础

1. **D** 【解析】观察这个二元一次方程组, 我们可

以发现方程②中 y 的系数的绝对值为 1, 所以将方程②变形, 用含 x 的式子表示 y 得 $y = 2x - 5$.

方法技巧

2. **A** 【解析】 $\because x - 3x + 6 = 7, \therefore x - 3(x - 2) = 7$. 又 $\because x - 3y = 7, \therefore -3y = -3(x - 2), \therefore y = x - 2$, 故选 A.

3. y ① ② 【解析】用代入消元法解二元一次方程组 $\begin{cases} y = x - 3, ① \\ 2x + 3y = 6, ② \end{cases}$ 应先消去 y , 具体做法是将①代入②. 故答案为 $y, ①, ②$.

4. 5 【解析】由题意得 $\begin{cases} x = y + 5, \\ 2x - y = 5, \end{cases}$ 解得

$$\begin{cases} x = 0, \\ y = -5, \end{cases} \text{ 代入 } x + y + m = 0, \text{ 得 } m = 5.$$

5. 2 【解析】 \because 关于 x, y 的二元一次方程的伴随数是 $(3, m, n), \therefore$ 该二元一次方程为 $3x +$

$$my + n = 0. \text{ 将 } \begin{cases} x = 2, \\ y = -1 \end{cases} \text{ 和 } \begin{cases} x = -2, \\ y = 2 \end{cases} \text{ 分别代入 } 3x +$$

$$my + n = 0, \text{ 得 } \begin{cases} 6 - m + n = 0, \\ -6 + 2m + n = 0, \end{cases} \text{ 解得 } \begin{cases} m = 4, \\ n = -2, \end{cases}$$

$\therefore m + n = 4 - 2 = 2$. 故答案为 2.

6. 【解】(1) 把①代入②, 得 $2(3 - y) - 3y = 1$, 解得 $y = 1$. 把 $y = 1$ 代入①, 得 $x = 2$.

$$\text{故原方程组的解为 } \begin{cases} x = 2, \\ y = 1. \end{cases}$$

(2) 把②代入①, 得 $3x + x - 5 = 3$, 解得 $x = 2$.

把 $x = 2$ 代入②, 得 $2y = -3$, 解得 $y = -\frac{3}{2}$.

$$\text{故原方程组的解为 } \begin{cases} x = 2, \\ y = -\frac{3}{2}. \end{cases}$$

7. **B** 【解析】由题可得 $|3x + 2y - 4| + \sqrt{5x + 7y - 3} =$

$$0, \therefore \begin{cases} 3x + 2y - 4 = 0, ① \\ 5x + 7y - 3 = 0, ② \end{cases} \text{ 由 } ① \text{ 得 } x = \frac{4 - 2y}{3}, ③ \text{ 将 } ③$$

代入②中, 得 $\frac{5(4 - 2y)}{3} + 7y - 3 = 0$, 解得 $y = -1$.

用代入消元法解二元一次方程组时, 将系数的绝对值较小的未知数用含另一未知数的代数式来表示较简便.

关键点拨

相同未知数前面的系数相同用减法消元, 若互为相反数, 则用加法消元.

思路分析

根据相反数的性质, 列出等式, 利用绝对值和平方根的非负性列出二元一次方程组, 解之即可.

将 $y = -1$ 代入③, 得 $x = 2, \therefore \begin{cases} x = 2, \\ y = -1. \end{cases}$ 故选 B.

8. **B** 【解析】 $\begin{cases} 2x + 3y = 8, ① \\ 3x - 5y = 5, ② \end{cases}$ 由①得 $x = \frac{8 - 3y}{2}, ③$

故甲正确. 把③代入②得 $3 \cdot \frac{8 - 3y}{2} - 5y = 5$, 故

乙正确. 去分母得 $24 - 9y - 10y = 10$, 故丙错误.

由 $24 - 9y - 10y = 5$, 解得 $y = 1$, 代入③得 $x = \frac{5}{2}$,

故丁正确. 故合作中出现错误的同学是丙. 故选 B.

9. 15 元, 9 元 【解析】设 1 根跳绳的售价为 x 元, 1 个毽子的售价为 y 元.

$$\text{根据题意得 } \begin{cases} 3x + 2y = 63, ① \\ 2x + 5y = 75, ② \end{cases} \text{ 由 } ① \text{ 得 } x = \frac{63 - 2y}{3}, ③$$

将③代入②, 得 $\frac{2(63 - 2y)}{3} + 5y = 75$, 解得 $y = 9$.

$$\text{将 } y = 9 \text{ 代入 } ③, \text{ 得 } x = 15, \therefore \begin{cases} x = 15, \\ y = 9, \end{cases}$$

\therefore 1 根跳绳的售价为 15 元, 1 个毽子的售价为 9 元.

10.2.2 加减消元法

刷基础

1. **A** 【解析】最简便的做法是①+②, 消去 y . 故选 A.

2. $m + n = 0$ 【解析】 $\begin{cases} 6x + my = 3, ① \\ 2x + ny = -6, ② \end{cases}$ ①+②, 得

$8x + (m + n)y = -3. \therefore$ ①+②可以直接消去一个未知数, $\therefore m + n = 0$. 故答案为 $m + n = 0$.

3. **C** 【解析】 $\begin{cases} 3x - y = 5 - 2m, ① \\ x + 3y = m. ② \end{cases}$

② $\times 2$ 得 $2x + 6y = 2m$. ③ ③+①得 $5x + 5y = 5$, 整理得 $x + y = 1$. 故选 C.

4. 0.25 0.75 -3 【解析】 \because 解方程组

$$\begin{cases} ax + by = 2, \\ cx + 7y = 8 \end{cases} \text{ 时, 甲同学正确解得 } \begin{cases} x = 2, \\ y = 2, \end{cases}$$

$$\therefore \begin{cases} 2a+2b=2, \\ 2c+7 \times 2=8, \end{cases} \text{ 解得 } c=-3. \because \text{乙同学因把 } c \text{ 写}$$

$$\text{错而得到 } \begin{cases} x=-1, \\ y=3, \end{cases} \therefore -a+3b=2, \therefore \begin{cases} 2a+2b=2, ① \\ -a+3b=2, ② \end{cases}$$

$$①+② \times 2 \text{ 得 } 8b=6, \text{ 解得 } b=0.75, \text{ 把 } b=0.75 \text{ 代入 } ② \text{ 得 } -a+3 \times 0.75=2, \text{ 解得 } a=0.25,$$

$$\therefore \begin{cases} a=0.25, \\ b=0.75. \end{cases} \text{ 故答案为 } 0.25, 0.75, -3.$$

5. B 【解析】如果消去 y , 最简便的方法是 $② \times 2 + ①$. 故选 B.

6. 加减 代入 【解析】方程组 $\begin{cases} 4x-5y=2, \\ x+5y=9 \end{cases}$ 中,

$-5y$ 和 $5y$ 符号相反, 用加减消元法更合适; 方

$$\text{程组 } \begin{cases} x=4y, \\ x+5y=9, \end{cases} \text{ 用代入消元法直接将 } x=4y \text{ 代}$$

入 $x+5y=9$ 中更合适. 故答案为加减, 代入.

$$7. 【解】 \text{原方程组整理得 } \begin{cases} 3x-2y=8, ① \\ x+2y=10, ② \end{cases} \quad ①+②,$$

$$\text{得 } 4x=18, \text{ 解得 } x=\frac{9}{2}. \text{ 将 } x=\frac{9}{2} \text{ 代入 } ②, \text{ 解得}$$

$$y=\frac{11}{4}, \therefore \text{原方程组的解为 } \begin{cases} x=\frac{9}{2}, \\ y=\frac{11}{4}. \end{cases}$$

$$8. -64 \quad 【解析】 \because \begin{cases} a-2b=3, ① \\ a+b=-7, ② \end{cases} \therefore ①+② \text{ 得 } 2a-$$

$$b=-4, \therefore (2a-b)^3 = (-4)^3 = -64, \therefore m=-64.$$

9. 【解】由题意可知这个三位数百位上的数是 6. 设这个三位数十位上的数为 x , 个位上的数为

$$y. \text{ 根据题意得 } \begin{cases} x+y=2 \times 6, \\ y-2=x+2, \end{cases} \text{ 即 } \begin{cases} x+y=12, \\ y-x=4, \end{cases} \text{ 解得}$$

$$\begin{cases} x=4, \\ y=8, \end{cases} \therefore \text{这个三位数是 } 648.$$



$$1. C \quad 【解析】 \begin{cases} ax+2(a-1)y=a, ① \\ 2x+2y=3, ② \end{cases} \text{ 由 } ② \text{ 得 } x=$$

$$\frac{3-2y}{2}, \text{ 把 } x=\frac{3-2y}{2} \text{ 代入 } ① \text{ 得 } a\left(\frac{3-2y}{2}\right) + 2(a-$$

$$1)y=a, \text{ 整理得 } (a-2)y=-\frac{1}{2}a. \text{ 当 } a=2 \text{ 时, 方}$$

刷有所得

解决“看错系数”问题可以将错就错, 将看错后得到的解代入未看错系数的方程中, 然后求解.

关键点拨

当未知数的个数超过方程个数时, 可将部分未知数当作已知参数, 从而达到“消元”的目的.

思路分析

(1) ①把 $a=0$ 代入方程组计算即可求解; ②方程组消去 a , 整理即可得到 x 与 y 的关系式. (2) 利用非负数的性质求出 x 与 y 的值, 代入方程组检验即可得出结论.

刷有所得

在解题的过程中, 我们常把某个比较复杂的代数式看成一个整体, 将它用一个字母来代替, 从而使问题得到简化, 这种方法叫换元法.

程组无解; 当 $a \neq 2$ 时, 方程组有唯一解; 当

$$y=0 \text{ 时, } (a-2) \times 0 = -\frac{1}{2}a, \text{ 解得 } a=0. \text{ 故 } ①②$$

错误, ③④正确, 故选 C.

$$2. -\frac{9}{5} \quad 【解析】 \text{联立方程组, 得 } \begin{cases} 4a-3b=6c, \\ a+2b=7c, \end{cases} \text{ 解}$$

$$\text{得 } \begin{cases} a=3c, \\ b=2c. \end{cases} \text{ 因为 } a, b, c \text{ 为非零常数, 所以}$$

$$\frac{5a+2b-c}{2a-3b-10c} = \frac{5 \times 3c + 2 \times 2c - c}{2 \times 3c - 3 \times 2c - 10c} = \frac{18c}{-10c} = -\frac{9}{5}.$$

3. 【解】(1) ①把 $a=0$ 代入方程组得

$$\begin{cases} x-y=-3, ① \\ x+2y=0, ② \end{cases} \quad ②-① \text{ 得 } 3y=3, \text{ 解得 } y=1, \text{ 把 } y=$$

1 代入 ① 得 $x-1=-3$, 解得 $x=-2$, 则原方程组

$$\text{的解为 } \begin{cases} x=-2, \\ y=1. \end{cases} \text{ 故答案为 } \begin{cases} x=-2, \\ y=1. \end{cases}$$

$$② \begin{cases} x-y=4a-3, ① \\ x+2y=-5a, ② \end{cases} \quad ②-① \text{ 得 } 3y=-9a+3, \text{ 解得}$$

$$y=-3a+1. \quad ③ \text{ 把 } y=-3a+1 \text{ 代入 } ① \text{ 得 } x-$$

$$(-3a+1)=4a-3, \text{ 解得 } x=a-2, \text{ 即 } a=x+2, \text{ 把}$$

$$a=x+2 \text{ 代入 } ③ \text{ 得 } y=-3(x+2)+1, \text{ 整理得 } 3x+y=-5. \text{ 故答案为 } 3x+y=-5.$$

(2) 不存在有理数 a , 使得 $|x+3|+y^2=0$. 理由如下: 因为 $|x+3|+y^2=0$, 所以 $x+3=0, y=0$,

$$\text{解得 } x=-3, y=0,$$

$$\text{代入方程组得 } -3=4a-3, -3=-5a,$$

$$\text{解得 } a=0 \text{ 且 } a=\frac{3}{5}, \text{ 矛盾,}$$

故不存在有理数 a , 使得 $|x+3|+y^2=0$.

$$4. 【解】(1) \text{ 设 } \begin{cases} 5(m-3)=x, \\ 3(n+2)=y, \end{cases} \text{ 则关于 } m, n \text{ 的方程}$$

$$\text{组 } \begin{cases} 5a_1(m-3)+3b_1(n+2)=c_1, \\ 5a_2(m-3)+3b_2(n+2)=c_2 \end{cases} \text{ 可化为}$$

$$\begin{cases} a_1x+b_1y=c_1, \\ a_2x+b_2y=c_2. \end{cases} \text{ 因为关于 } x, y \text{ 的方程组}$$

$$\begin{cases} a_1x+b_1y=c_1, \\ a_2x+b_2y=c_2 \end{cases} \text{ 的解为 } \begin{cases} x=10, \\ y=6, \end{cases} \text{ 所以}$$

$$\begin{cases} 5(m-3)=10, \\ 3(n+2)=6, \end{cases} \text{ 解得 } \begin{cases} m=5, \\ n=0. \end{cases}$$

(2) 将方程①变形为 $\frac{3}{2}(2x+z+8y) - \frac{7}{2}z = 47$, ③ 将方程②代入③, 得 $\frac{3}{2} \times 36 - \frac{7}{2}z = 47$, 解得 $z = 2$.

5. 【解】(1) $\begin{cases} 2025x+2024y=1, & \text{①} \\ 2023x+2022y=1, & \text{②} \end{cases}$

①-②, 得 $2x+2y=0$, 即 $x+y=0$. ③

③ $\times 2022$, 得 $2022x+2022y=0$. ④ ②-④, 得 $x=1$, 把 $x=1$ 代入③, 得 $y=-1$, 所以原方程组的解为 $\begin{cases} x=1, \\ y=-1. \end{cases}$

(2) $\begin{cases} 2025x+2024y=2026, & \text{①} \\ 2024x+2025y=2023, & \text{②} \end{cases}$ ①+②, 得

$4049x+4049y=4049$, 即 $x+y=1$. ③

③ $\times 2024$, 得 $2024x+2024y=2024$. ④

②-④, 得 $y=-1$, 将 $y=-1$ 代入③, 得 $x=2$,

所以原方程组的解为 $\begin{cases} x=2, \\ y=-1. \end{cases}$

重难专题 二元一次方程组的含参问题

刷难关

1. A 【解析】 $\begin{cases} 2x+y=3k+2, & \text{①} \\ 4x-3y=-k+5, & \text{②} \end{cases}$ ②-①, 得 $2x-4y=-4k+3$, 所以 $x-2y=\frac{-4k+3}{2}$. 因为 $x-2y=1$, 所以 $\frac{-4k+3}{2}=1$, 解得 $k=\frac{1}{4}$. 故选 A.

2. 3 【解析】由题意得 $\begin{cases} a-b=6, & \text{①} \\ a+b=0, & \text{②} \end{cases}$ ①+②, 得

$2a=6$, 解得 $a=3$, 把 $a=3$ 代入①中, 得 $3-b=6$,

解得 $b=-3$, 把 $a=3, b=-3$ 代入方程 $2a+b=m$ 中, 得 $2 \times 3 + (-3) = m$, 解得 $m=3$. 故答案为 3.

3. A 【解析】方程组 $\begin{cases} 2x-y=b, & \text{①} \\ x-y=a, & \text{②} \end{cases}$ ①+②得 $3x-2y=a+b$. 因为 $3x-2y=b+1$, 所以 $a+b=b+1$, 解得 $a=1$, 所以 $x-y=1$, 即 $x=1+y$. 因为 $3y-5x=a-8$, 所以 $3y-5(1+y)=-7$, 解得 $y=1$, 所以 $x=1+1=2$. 因为 $2x-y=b$, 所以 $b=4-1=3$, 所以点 (a, b) 即 $(1, 3)$ 在第一象限. 故选 A.

思路分析

(1) 把方程组中的两个已知方程组合求解, 再代入另外两个方程, 从而求出 m, n 的值.

关键点拨

(2) 类比题目解法, 通过两式相加后得到 $x+y=1$ 是解题的关键.

4. 【解】(1) 根据题意得 $\begin{cases} 2x+3y=7, & \text{①} \\ 5x-2y=8, & \text{②} \end{cases}$ ① $\times 2 +$

② $\times 3$, 得 $19x=38$, 所以 $x=2$, 把 $x=2$ 代入①,

得 $4+3y=7$, 所以 $y=1$. 把 $\begin{cases} x=2, \\ y=1 \end{cases}$ 代入

$\begin{cases} mx+ny=5, \\ \frac{nx}{3}+my=3, \end{cases}$ 得 $\begin{cases} 2m+n=5, \\ m+\frac{2}{3}n=3, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} m=1, \\ n=3. \end{cases}$

(2) $3m-2mn+m^2-1=3-2 \times 1 \times 3+1-1=3-6+1-1=-3$.

5. 3 -2 【解析】把 $\begin{cases} x=3, \\ y=2 \end{cases}$ 代入 $3x+by=5$, 得 $3 \times$

$3+2b=5$, 解得 $b=-2$. 把 $\begin{cases} x=1, \\ y=-1 \end{cases}$ 代入 $3x+by=$

5 , 得 $3 \times 1 - b = 5$, 解得 $b=-2$, 所以乙将 $ax+by=$

1 中的 b 写成了 $-b$, 即 $ax+2y=1$, 把 $\begin{cases} x=1, \\ y=-1 \end{cases}$ 代

入 $ax+2y=1$, 得 $a-2=1$, 解得 $a=3$. 故答案为 3, -2.

6. 【解】(1) 把 $\begin{cases} x=2, \\ y=1 \end{cases}$ 代入方程组 $\begin{cases} ax+by=6, \\ cx-4y=-2 \end{cases}$ 得

$\begin{cases} 2a+b=6, \\ 2c-4=-2, \end{cases}$ 解得 $c=1$.

(2) $\begin{cases} ax+by=6, & \text{①} \\ cx-4y=-2, & \text{②} \end{cases}$ 把 $\begin{cases} x=1, \\ y=2 \end{cases}$ 代入①, 得 $a +$

$2b=6$, 即 $a=6-2b$, ③ 把③代入 $2a+b=6$, 得

$12-4b+b=6$, 解得 $b=2$, 把 $b=2$ 代入③, 得 $a=2$, 则 a, b 的值分别为 2, 2.

7. 1 或 2 【解析】两个方程相加得 $(1+a)y=6$.

因为方程组有正整数解, 所以 x, y 均为正整数. 因为 a 为正整数, 所以当 $a=5$ 时, $y=1$, 则

$x=0$, 与 x 为正整数矛盾, 舍去; 当 $a=2$ 时, $y=2$, 则 $x=1$; 当 $a=1$ 时, $y=3$, 则 $x=2$. 所以 $a=1$ 或 2.

8. 6 【解析】 $\begin{cases} mx-2y=9, & \text{①} \\ 3x-2y=5, & \text{②} \end{cases}$ ①-②, 得 $(m-3)x=$

4 , 所以 $x=\frac{4}{m-3}$. 因为 x, m 都为整数, 所以 $m-$

$3=\pm 1$ 或 ± 2 或 ± 4 . 当 $m-3=1$ 时, $m=4, x=4$,

把 $x=4$ 代入②,得 $3 \times 4 - 2y = 5$,解得 $y = \frac{7}{2}$,舍去;当 $m-3=-1$ 时, $m=2,x=-4$,把 $x=-4$ 代入②,得 $3 \times (-4) - 2y = 5$,解得 $y = -\frac{17}{2}$,舍去;当 $m-3=2$ 时, $m=5,x=2$,把 $x=2$ 代入②,得 $3 \times 2 - 2y = 5$,解得 $y = \frac{1}{2}$,舍去;当 $m-3=-2$ 时, $m=1,x=-2$,把 $x=-2$ 代入②,得 $3 \times (-2) - 2y = 5$,解得 $y = -\frac{11}{2}$,舍去;当 $m-3=4$ 时, $m=7,x=1$,把 $x=1$ 代入②,得 $3 \times 1 - 2y = 5$,解得 $y = -1$;当 $m-3=-4$ 时, $m=-1,x=-1$,把 $x=-1$ 代入②,得 $3 \times (-1) - 2y = 5$,解得 $y = -4$. 综上所述,当 $m=7$ 或 -1 时,方程组 $\begin{cases} mx-2y=9, \\ 3x-2y=5 \end{cases}$ 的解是整数,所以满足条件的所有整数 m 的值的和为 $7+(-1)=6$. 故答案为 6.

10.3 实际问题与二元一次方程组

课时1 和差倍分

刷基础

1. A 【解析】方程组中 x,y 分别表示的是每个宫灯的价格,每个纱灯的价格. 故选 A.

2. B 【解析】设黑色皮块有 x 块,白色皮块有 y 块, $\therefore \begin{cases} x+y=32, \\ x=\frac{1}{2}y+2, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} x=12, \\ y=20, \end{cases} \therefore$ 白色皮块的块数为 20,故选 B.

3. 5 【解析】设骡子原来所驮的货物有 x 袋,驴有 y 袋. 由题意可得 $\begin{cases} x+1=2(y-1), \\ x-1=y+1, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} x=7, \\ y=5, \end{cases}$ 所以驴原来所驮货物的袋数是 5. 故答案为 5.

4. 【解】(1) 设单独购买 1 支笔芯的价格为 x 元,1 本笔记本的价格为 y 元.

根据题意得 $\begin{cases} 3x+2y=19, \\ 7x+y=26, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} x=3, \\ y=5. \end{cases}$

思路分析

先根据方程组 $\begin{cases} mx-2y=9, \\ 3x-2y=5, \end{cases}$ 得 $x = \frac{4}{m-3}$,再根据 x,m 都是整数,可得 $m-3 = \pm 1$ 或 ± 2 或 ± 4 ,然后分别求出 x,y,m 的值,最后找出满足条件的所有整数 m 的值相加即得出答案.

关键点拨

解题的关键是找出等量关系并列方程组.

答:1 本笔记本的价格为 5 元,单独购买 1 支笔芯的价格为 3 元.

(2) 两人一同购买 1 盒笔芯,这样就可以让他们既买到各自的文具,又都买到小工艺品. 说明如下:两人共有金额 $19+26+2=47$ (元). 两人共购买 10 支笔芯(1 盒),3 本笔记本,由题目已知整盒买比单支买每支可优惠 0.5 元,故两人买到各自的文具需要花费 $10 \times 2.5 + 3 \times 5 = 40$ (元),剩余 $47-40=7$ (元),可购买两件单价为 3 元的小工艺品,故只有当两人一同购买笔芯,享受整盒购买优惠时,既能买到各自的文具,又都买到小工艺品.

5. 【解】(1) 方法①: $6 \div 0.8 = 7$ (根) $\cdots \cdots 0.4$ (m),因此当只裁剪长为 0.8 m 的用料时,最多可剪 7 根.

方法②: $(6-2.5) \div 0.8 = 4$ (根) $\cdots \cdots 0.3$ (m),因此当先剪下 1 根 2.5 m 的用料时,余下部分最多能剪 0.8 m 长的用料 4 根.

方法③: $(6-2.5 \times 2) \div 0.8 = 1$ (根) $\cdots \cdots 0.2$ (m),因此当先剪下 2 根 2.5 m 的用料时,余下部分最多能剪 0.8 m 长的用料 1 根. 故答案为 7,4,1.

(2) 根据题意,得 $\begin{cases} x+2y=32, \\ 4x+y=100, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} x=24, \\ y=4. \end{cases}$

答:用方法②裁剪 24 根 6 m 长的钢管,用方法③裁剪 4 根 6 m 长的钢管才能刚好得到所需要的相应数量的用料.

课时2 几何图形问题、数字问题、工程问题

刷基础

1. 【解】任务一:每张原材料纸板可以裁得 A 型纸板 3 张或裁得 B 型纸板 5 张,故答案为 3,5.

任务二:设用 x 张原材料纸板裁剪 A 型纸板, y 张原材料纸板裁剪 B 型纸板.

根据题意,得 $\begin{cases} x+y=52, \\ \frac{3x}{4} = \frac{5y}{2}, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} x=40, \\ y=12, \end{cases} \therefore$ 能做

纸盒的数量为 $\frac{3x}{4} = \frac{3 \times 40}{4} = 30$ (个).

答:用 40 张原材料纸板裁剪 A 型纸板,12 张原材料纸板裁剪 B 型纸板,可以恰好用完,能做 30 个纸盒.

2. A 【解析】设 12:00 时看到的两位数的十位数字为 x , 个位数字为 y . 依题意得

$$\begin{cases} x+y=7, \\ 10y+x-(10x+y)=100x+y-(10y+x), \end{cases} \quad \text{解得}$$

$$\begin{cases} x=1, \\ y=6, \end{cases} \therefore 10x+y=16. \text{ 故选 A.}$$

3. 16,5 【解析】如图,设第一行第二列的数为 a , 第三行第三列的数为 b , 则

$$\begin{cases} x+a+2=a+y+13, \\ x+y+b=2+19+b, \end{cases} \quad \text{整理得} \begin{cases} x-y=11, \\ x+y=21, \end{cases} \quad \text{解得}$$

$$\begin{cases} x=16, \\ y=5. \end{cases}$$

| | | |
|-----|-----|-----|
| x | a | 2 |
| | y | 19 |
| | 13 | b |

4. 【解】(1) 根据所列方程组,可得未知数 x 表示的是甲工程队一共修建的村路长度,未知数 y 表示的是乙工程队一共修建的村路长度. 故答案为甲工程队一共修建的村路长度,乙工程队一共修建的村路长度.

(2) 根据题意得 $\begin{cases} p+q=18, \\ 150p+200q=3\,000, \end{cases}$

解得 $\begin{cases} p=12, \\ q=6. \end{cases}$

答:甲工程队修建了 12 天,乙工程队修建了 6 天.

刷提升

1. A 【解析】设在长方形盒子底部长的一边上放了 x 张小长方形卡片,在宽的一边上放了 y 张小长方形卡片. 依题意,得 $\begin{cases} 2x+2y-4=40, \\ 3 \times 2x=5y, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} x=10, \\ y=12, \end{cases} \therefore$ 盒子底部未被卡片覆盖的长方形的

关键点拨

找出两个等量关系:①甲工程队晴天完成的工程量+雨天完成的工程量=总工程量;②乙工程队晴天完成的工程量+雨天完成的工程量=总工程量,列出方程组是解题的关键.

思路分析

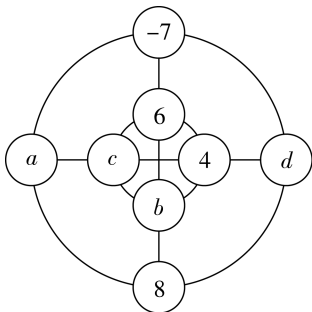
(2) 根据①甲工程队修建的天数+乙工程队修建的天数=18;②甲工程队完成的工程量+乙工程队完成的工程量=3 000, 列出方程组,解之即可.

长与宽的比为 $[2(x-2)]:(y-2)=[2 \times (10-2)]:(12-2)=8:5$, 故选 A.

17. 【解析】设两工程队各工作了 x 天,在施工期间有 y 天有雨. 由题意,得

$$\begin{cases} \frac{1}{14}(x-y)+\frac{1-30\%}{14}y=1, \\ \frac{1}{15}(x-y)+\frac{1-20\%}{15}y=1, \end{cases} \quad \text{解得} \begin{cases} x=17, \\ y=10. \end{cases} \text{ 故两工程队各工作了 17 天. 故答案为 17.}$$

3. -3 或 -6 【解析】如图,设在横向上的两个空白圆圈内的数从左到右分别为 c 和 d . $\because -1+2-3+4-5+6-7+8=4$, 横、竖方向以及内外两圈上的 4 个数之和都相等, \therefore 内、外两个圈上的 4 个数之和都是 2, 横、竖方向上的 4 个数之和也都是 2, $\therefore -7+6+b+8=2$, 解得 $b=-5$. $\therefore 6+4+b+c=2$, $\therefore c=-3$. 又 $a+c+4+d=2$, $\therefore a+d=1$. 当 $a=-1$ 时, $d=2$, 则 $a+b=-1-5=-6$; 当 $a=2$ 时, $d=-1$, 则 $a+b=2-5=-3$, $\therefore a+b$ 的值为 -6 或 -3.



4. 【解】(1) 设大正方形纸片的边长为 x cm, 小正方形纸片的边长为 y cm. 根据题意,得 $\begin{cases} x+2y=20, \\ x-2y=4, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} x=12, \\ y=4, \end{cases} \therefore$ 大正方形纸片的边长为 12 cm, 小正方形纸片的边长为 4 cm.

(2) 设重叠部分小正方形的边长为 a cm. 根据题意,得 $3(4-a)+4=12$, 解得 $a=\frac{4}{3}$, \therefore 阴影部分的面积为 $12^2-4 \times 4^2+3 \times \left(\frac{4}{3}\right)^2 = \frac{256}{3}(\text{cm}^2)$.

5.【解】(1) 根据题意得 $\begin{cases} 6(m+n)=1, \\ 4m+9n=1. \end{cases}$ 故答案

为 $\begin{cases} 6(m+n)=1, \\ 4m+9n=1. \end{cases}$

(2) 如果从节约时间的角度考虑, 应选甲公司. 理由如下: 解方程组 $\begin{cases} 6(m+n)=1, \\ 4m+9n=1, \end{cases}$ 得

$$\begin{cases} m=\frac{1}{10}, \\ n=\frac{1}{15}, \end{cases} \therefore \frac{1}{m}=\frac{1}{\frac{1}{10}}=10, \frac{1}{n}=\frac{1}{\frac{1}{15}}=15, \therefore \text{甲公司}$$

单独完成所需时间为 10 周, 乙公司单独完成所需时间为 15 周. 又 $\because 10 < 15$, \therefore 如果从节约时间的角度考虑, 应选甲公司.

(3) 如果从节约开支的角度考虑, 应选乙公司. 理由如下: 设选择甲公司每周需支付装修费 x 万元, 选择乙公司每周需支付装修费 y 万

元. 根据题意得 $\begin{cases} 6(x+y)=5.2, \\ 4x+9y=4.8, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} x=\frac{3}{5}, \\ y=\frac{4}{15}, \end{cases}$

$$\therefore 10x=10 \times \frac{3}{5}=6, 15y=15 \times \frac{4}{15}=4, \therefore \text{选择甲}$$

公司共需支付装修费 6 万元, 选择乙公司共需支付装修费 4 万元. 又 $\because 6 > 4$, \therefore 如果从节约开支的角度考虑, 应选乙公司.

课时 3 行程问题、销售问题

刷基础

1. B 【解析】设甲每分钟跑 x 圈, 乙每分钟跑

y 圈. 根据题意得 $\begin{cases} 2(x+y)=1, \\ 6(x-y)=1, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} x=\frac{1}{3}, \\ y=\frac{1}{6}, \end{cases}$ 故

选 B.

2. 20 m/s 【解析】设电车的行驶速度为 x m/s,

电车的长为 y m. 由题意, 得 $\begin{cases} 60x=1\,000+y, \\ 40x=1\,000-y, \end{cases}$

解得 $\begin{cases} x=20, \\ y=200, \end{cases}$ 则电车的行驶速度为 20 m/s.

故答案为 20 m/s.

思路分析

(1) 根据杭州到椒江的总路程与总油耗列二元一次方程组, 解之即可得到答案.

3.【解】(1) 设此次杭州到椒江高速路段的路程为 x 公里, 非高速路段的路程为 y 公里.

由题意得 $\begin{cases} x+y=270, \\ \frac{x}{100} \times 6 + \frac{y}{100} \times 7.5 = 16.5, \end{cases}$

解得 $\begin{cases} x=250, \\ y=20. \end{cases}$

答: 此次杭州到椒江高速路段的路程为 250 公里.

(2) 此次杭州到椒江的单程油费为 $8 \times 16.5 = 132$ (元), 此次杭州到椒江的单程过路费为 $0.45 \times 250 = 112.5$ (元), \therefore 此次杭州到椒江的单程交通费用为 $132 + 112.5 = 244.5$ (元).

答: 此次杭州到椒江的单程交通费用为 244.5 元.

4.【解】(1) 小林以折扣价购买商品 A, B 是第三次购物. 故答案为三.

(2) 设商品 A 的标价为 x 元/个, 商品 B 的标价为 y 元/个. 根据题意得 $\begin{cases} 6x+5y=1\,140, \\ 3x+7y=1\,110, \end{cases}$

解得 $\begin{cases} x=90, \\ y=120. \end{cases}$

答: 商品 A 的标价为 90 元/个, 商品 B 的标价为 120 元/个.

(3) 设商店是打 a 折出售这两种商品的. 由题意得 $(9 \times 90 + 8 \times 120) \times \frac{a}{10} = 1\,062$, 解得 $a=6$.

答: 商店是打 6 折出售这两种商品的.

5.【解】(1) 设 A 款咖啡的销售单价是 x 元/杯, B 款咖啡的销售单价是 y 元/杯.

根据题意得 $\begin{cases} 10x+15y=230, \\ 25x+25y=450, \end{cases}$

解得 $\begin{cases} x=8, \\ y=10. \end{cases}$

答: A 款咖啡的销售单价是 8 元/杯, B 款咖啡的销售单价是 10 元/杯.

(2) 设购买 A 款咖啡 m 杯, B 款咖啡 n 杯. 根据题意得 $8m+10n=200$, 所以 $n=20-\frac{4}{5}m$.

又因为 m, n 均为正整数,

关键点拨

弄清题意, 找到合适的等量关系是解题的关键.

思路分析

设电车的行驶速度为 x m/s, 电车的长为 y m, 根据题意列出方程组 $\begin{cases} 60x=1\,000+y, \\ 40x=1\,000-y, \end{cases}$ 解之即可.

所以 $\begin{cases} m=5, \\ n=16 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} m=10, \\ n=12 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} m=15, \\ n=8 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} m=20, \\ n=4 \end{cases}$, 所以共有 4 种购买方案.

(3) B 款加料的咖啡买了 6 杯. 设购买 A 款不加料的咖啡 a 杯, A 款加料和 B 款不加料的咖啡共 b 杯, 则购买咖啡的总杯数为 $3a$, 所以购买 B 款加料的咖啡 $(3a-a-b)$ 杯. 根据题意得 $8a+10b+(10+2)(3a-a-b)=208$, 所以 $b=16a-104$. 又因为 $a, b, 3a-a-b$ 均为正整数, 所以 $\begin{cases} a=7, \\ b=8 \end{cases}$, 所以 $3a-a-b=6$, 所以 B 款加料的咖啡买了 6 杯.

思路分析

(2) 设购买 A 款咖啡 m 杯, B 款咖啡 n 杯, 利用总价 = 单价 \times 数量, 可得出关于 m, n 的三元一次方程, 结合 m, n 均为正整数, 即可得出购买方案.

$$\text{解得} \begin{cases} a = \frac{5}{48}s, \\ b = \frac{1}{48}s, \end{cases} \therefore \text{救生圈按水流速度由 A 港口}$$

漂流到 B 港口需要的时间为 $\frac{s}{b} = \frac{s}{\frac{s}{48}} =$

48(时).

答: 救生圈从 A 港口漂流到 B 港口所需时间为 48 小时.

(3) 设 A 港口到 B 港口的距离为 s 千米, 救生圈在出发 t 小时掉入水中. \therefore 小船需 8 小时到 B 港口, \therefore 救生圈从掉入水中到被找到共在水中漂流了 $(8-t+4)$ 小时. 由题意得

$$\frac{1}{8}st + (8-t+4)\frac{1}{48}s + \frac{4}{12}s = s,$$

解得 $t=4$,

$\therefore 8+4=12$.

答: 救生圈于中午 12 时掉入水中.

4. 【解】任务 1: 设 1 盒水笔 x 元, 1 包笔记本 y

$$\text{元. 由题意得} \begin{cases} 2x+y=320, \\ 3x+2y=520, \end{cases} \text{解得} \begin{cases} x=120, \\ y=80. \end{cases}$$

答: 1 盒水笔 120 元, 1 包笔记本 80 元.

任务 2: 设购买水笔 m 盒, 笔记本 n 包. 由题意

$$\text{得 } 120m+80n=880, \text{ 整理得 } n=11-\frac{3}{2}m.$$

$\therefore m, n$ 均为正整数,

$$\therefore \begin{cases} m=2, \\ n=8 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} m=4, \\ n=5 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} m=6, \\ n=2, \end{cases}$$

\therefore 有 3 种购买方案:

① 购买水笔 2 盒, 笔记本 8 包;

② 购买水笔 4 盒, 笔记本 5 包;

③ 购买水笔 6 盒, 笔记本 2 包.

答: 将 880 元全部用完, 可以购买水笔 2 盒, 笔记本 8 包或水笔 4 盒, 笔记本 5 包或水笔 6 盒, 笔记本 2 包.

任务 3: 由题意可知, 共需笔记本 $(a+b)$ 本, 水笔 $(a+32)$ 支.

方案①中, 水笔为 $2 \times 12 = 24$ (支), 笔记本为 $8 \times 16 = 128$ (本).

刷提升

1. D 【解析】设甲、乙两人的速度分别为

x km/h, y km/h. 分两种情况: 若同时出发

$$\begin{cases} x+2x+2y=40, \\ x+y=\frac{40-5}{2.5}, \end{cases} \text{ 解得} \begin{cases} x=12, \\ y=2; \end{cases} \text{ 若同时出发 } 2.5 \text{ h}$$

后, 两人相遇前相距 5 km, 依题意得

$$\begin{cases} x+2x+2y=40, \\ x+y=\frac{40+5}{2.5}, \end{cases} \text{ 解得} \begin{cases} x=4, \\ y=14. \end{cases} \text{ 当甲的速度为}$$

12 km/h 时, 从 A 地到 B 地需要 $40 \div 12 = \frac{10}{3}$ (h); 当甲的速度为 4 km/h 时, 从 A 地到 B

地需要 $40 \div 4 = 10$ (h). 故选 D.

2. 12 600 【解析】1 件商品 C 的进价为 $80 \div (1 +$

$60\%) = 50$ (元). 设商品 A 的进价为 x 元/件, 商品 B 的进价为 y 元/件. 由题意得 $2(1.25x + 1.4y) = 0.75(2 \times 1.25x + 2 \times 1.4y + 80)$, 化简得 $25x + 28y = 2400$, $\therefore 100x + 112y + 60 \times 50 = 4(25x + 28y) + 3000 = 4 \times 2400 + 3000 = 12600$ (元), 故答案为 12 600.

3. 【解】(1) 设小船在静水中的速度为 x 千米/时, 水流速度为 y 千米/时.

$$\text{由题意得} \begin{cases} 240=8(x+y), \\ 240=12(x-y), \end{cases} \text{ 解得} \begin{cases} x=25, \\ y=5. \end{cases}$$

答: 水流速度是每小时 5 千米.

(2) 设小船在静水中的速度为 a 千米/时, 水流速度为 b 千米/时, A 港口到 B 港口的距离

$$\text{为 } s \text{ 千米. 由题意得} \begin{cases} s=8(a+b), \\ s=12(a-b), \end{cases}$$

易错警示

同时出发 2.5 h 后, 两人相距 5 km 需要分两种情况讨论: 一种是两人相遇前相距 5 km, 另一种是两人相遇后相距 5 km, 注意不要漏解.

由题意得 $\begin{cases} a+32=24, \\ a+b=128, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} a=-8, \\ b=136, \end{cases}$ 不符合题意,舍去.

方案②中,水笔为 $4 \times 12 = 48$ (支),笔记本为 $5 \times 16 = 80$ (本).

由题意得 $\begin{cases} a+32=48, \\ a+b=80, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} a=16, \\ b=64, \end{cases}$ 符合题意.

方案③中,水笔为 $6 \times 12 = 72$ (支),笔记本为 $2 \times 16 = 32$ (本).

由题意得 $\begin{cases} a+32=72, \\ a+b=32, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} a=40, \\ b=-8, \end{cases}$ 不符合题意,舍去.

综上所述, $a=16, b=64$,故答案为 16,64.

* 10.4 三元一次方程组的解法

刷基础

1. C 【解析】三元一次方程具备的特征:①方程中含有三个未知数,与“三元”对应;②方程中含有未知数的项的次数都是 1,与“一次”对应;③等号两边的代数式都是整式.要判断一个方程是不是三元一次方程,先要对这个方程进行整理,再根据上述特征作出判断.由上可知只有 C 选项符合题意.

2. D 【解析】因为方程的解是能使方程左右两边相等的未知数的值,所以把 A、B、C、D 选项中 x, y 与 z 的值代入方程 $x-y+z=3$ 检验可知,只有 D 选项符合题意.

3. C 【解析】解三元一次方程组 $\begin{cases} x+y+z=3, & ① \\ 3x+2y+z=10, & ② \\ 2x-y+z=-1, & ③ \end{cases}$ 若要消掉未知数 z ,则应对

方程组进行的变形为②-①,②-③.故选 C.

4. D 【解析】 $\begin{cases} x+y=-1, & ① \\ x+z=0, & ② \\ y+z=1, & ③ \end{cases}$ ①+②+③,得 $2x+$

$2y+2z=0, \therefore x+y+z=0, ④$ ④-①,得 $z=1, ④-$

②,得 $y=0, ④-③$,得 $x=-1, \therefore$ 原方程组的解为 $\begin{cases} x=-1, \\ y=0, \\ z=1. \end{cases}$ 故选 D.

思路分析

根据题意列出三元一次方程组,求解即可.

把选项中的各组值分别代入方程,满足等式左边=等边右边的即是该方程的解.

5. 12 126 【解析】设一本 A 书的价钱为 x 元,一本 B 书的价钱为 y 元,一本 C 书的价钱为 z 元. \therefore 明明买了 A、B 两种书各一本,共花费 100.5 元,丽丽买了 A、C 两种书各一本,共花费 88.5 元, $\therefore \begin{cases} x+y=100.5, & ① \\ x+z=88.5, & ② \end{cases}$ ①-②得 $y-z=12$,即一本 B 书比一本 C 书贵 12 元.又 \therefore 一本 B 书和一本 C 书的总价钱恰好等于一本 A 书的价钱, $\therefore x=y+z. ③$ ①+②得 $2x+y+z=189$,把③代入得 $3x=189, \therefore x=63, \therefore x+y+z=2x=2 \times 63=126, \therefore$ 买 A、B、C 三种书各一本的总价钱为 126 元.故答案为 12,126.

6. 6 -11 3 【解析】由题意得 $\begin{cases} a+b+c=-2, & ① \\ a-b+c=20, & ② \\ 4a+2b+c=5, & ③ \end{cases}$

①-②得 $2b=-22$,解得 $b=-11, ③-②$ 得 $3a+3b=-15$,即 $a+b=-5$,解得 $a=6$.把 $a=6, b=-11$ 代入①得 $6-11+c=-2$,解得 $c=3, \therefore$ 原方

程组的解为 $\begin{cases} a=6, \\ b=-11, \\ c=3, \end{cases}$ 故答案为 6,-11,3.

7. 2 【解析】由题意可得 $\begin{cases} 3a+5b+c=30, & ① \\ 4a+7b+c=44, & ② \end{cases}$ 由 ① $\times 3$ -② $\times 2$ 得 $a+b+c=2, \therefore 1 \times 1 = a+b+c=2$.故答案为 2.

8. 【解】 $\begin{cases} 2x+4y-3z=2, & ① \\ 4x+7y+z=3, & ② \\ 8x+3y-2z=-5. & ③ \end{cases}$

①+② $\times 3$,得 $14x+25y=11. ④$

② $\times 2$ +③,得 $16x+17y=1. ⑤$

由④和⑤组成一个二元一次方程组

$\begin{cases} 14x+25y=11, \\ 16x+17y=1, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} x=-1, \\ y=1. \end{cases}$

把 $\begin{cases} x=-1, \\ y=1 \end{cases}$ 代入②,得 $-4+7+z=3$,解得 $z=0$.

故原方程组的解为 $\begin{cases} x=-1, \\ y=1, \\ z=0. \end{cases}$

9. 【解】设种植水稻、棉花和蔬菜的面积分别为 x 公顷、 y 公顷和 z 公顷. 根据题意得

$$\begin{cases} x+y+z=51, \\ 4x+8y+5z=300, \\ x+y+2z=67, \end{cases} \text{解得} \begin{cases} x=15, \\ y=20, \\ z=16. \end{cases}$$

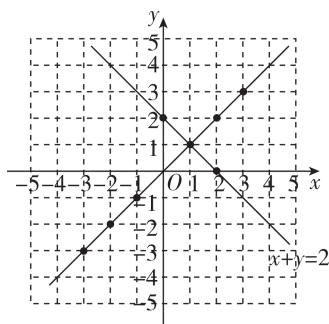
答:种植水稻、棉花和蔬菜的面积分别为 15 公顷、20 公顷和 16 公顷.

数学活动

刷活动

1. B 【解析】A 选项, 当 $x=-2$ 时, $-4-y=1$, 解得 $y=-5$, 故 A 选项不符合题意; B 选项, 当 $x=-2$ 时, $-4+y=-1$, 解得 $y=3$, 故 B 选项符合题意; C 选项, 当 $x=-2$ 时, $-4+y=1$, 解得 $y=5$, 故 C 选项不符合题意; D 选项, 当 $x=-2$ 时, $-6-y=1$, 解得 $y=-7$, 故 D 选项不符合题意. 故选 B.

2. 【解】(1) 当 $x=0$ 时, $y=2$; 当 $y=0$ 时, $x=2$, \therefore 直线经过点 $(0, 2)$ 和点 $(2, 0)$, 方程 $x+y=2$ 的图象如图所示:



由图可得, 两条直线的交点坐标为 $(1, 1)$,

\therefore 二元一次方程组 $\begin{cases} x-y=0, \\ x+y=2 \end{cases}$ 的解为 $\begin{cases} x=1, \\ y=1, \end{cases}$ 故

答案为 $(1, 1)$, $\begin{cases} x=1, \\ y=1. \end{cases}$

(2) \because 关于 x, y 的二元一次方程 $2ax+by=3$ 和 $ax-by=1$ 的图象交点坐标为 $(1, -1)$,

\therefore 二元一次方程 $2ax+by=3$ 和 $ax-by=1$ 的解

为 $\begin{cases} x=1, \\ y=-1, \end{cases} \therefore \begin{cases} 2a-b=3, \text{①} \\ a+b=1, \text{②} \end{cases}$

①-②, 得 $a-2b=2$, $\therefore a-2b$ 的值为 2.

3. 【解】问题一: 由题意可得这对轮胎行驶的里程数最大值是 4 000, 故答案为 4 000.

关键点拨

二元一次方程 $2x+y=4$ 的解有无数个, 所以此题应该用排除法确定答案. 将 4 组数分别代入方程, 使方程左右两边相等的未知数的值才是方程的解.

思路分析

(2) 根据题意得出二元一次方程 $2ax+by=3$ 和 $ax-by=1$ 的解为

$\begin{cases} x=1, \\ y=-1, \end{cases}$ 进而

得出关于 a, b 的方程组

$\begin{cases} 2a-b=3, \\ a+b=1, \end{cases}$ 求

解即可.

问题二: 设每个新轮胎报废时的总磨损量为 k , 一对新轮胎交换位置前走了 x 千米, 交换位置后走了 y 千米. 根据题意, 得

$$\begin{cases} \frac{kx}{5\,000} + \frac{ky}{3\,000} = k, \text{①} \\ \frac{kx}{3\,000} + \frac{ky}{5\,000} = k, \text{②} \end{cases} \quad \text{①} + \text{②}, \text{得} \frac{k(x+y)}{5\,000} +$$

$$\frac{k(x+y)}{3\,000} = 2k, \text{则} x+y = 3\,750, \text{则} \frac{x}{5\,000} +$$

$$\frac{3\,750-x}{3\,000} = 1, \text{解得} x = 1\,875.$$

答: 行驶的里程为 1 875 千米时交换前后轮胎可以使行驶的里程数最大, 这对轮胎行驶的里程数最大值是 3 750.

全章综合训练

刷中考

1. D 【解析】A 选项, 把 $x=1, y=2$ 代入方程, 左边 $= 2+2=4=$ 右边, 所以是方程的解; B 选项, 把 $x=2, y=0$ 代入方程, 左边 $= 4=$ 右边, 所以是方程的解; C 选项, 把 $x=0.5, y=3$ 代入方程, 左边 $= 4=$ 右边, 所以是方程的解; D 选项, 把 $x=-2, y=4$ 代入方程, 左边 $= 0 \neq$ 右边, 所以不是方程的解. 故选 D.

2. B 【解析】 $\begin{cases} 3x-y=4m+1, \text{①} \\ x+y=2m-5, \text{②} \end{cases}$ ①-②, 得 $2x-$

$2y=2m+6$, $\therefore x-y=m+3$. 由 $x-y=4$, 可得 $m+3=4$, 解得 $m=1$, 故选 B.

3. 1 【解析】把 $\begin{cases} x=1, \\ y=2 \end{cases}$ 代入 $ax+by=3$, 得 $a+2b=$

3, 则原式 $= 2(a+2b)-5=2 \times 3-5=6-5=1$. 故答案为 1.

4. 【解】 $\begin{cases} 2x-y=5, \text{①} \\ 4x+3y=-10, \text{②} \end{cases}$ ① $\times 3$ +②得 $10x=5$, 解得

$x=\frac{1}{2}$, 把 $x=\frac{1}{2}$ 代入①得 $2 \times \frac{1}{2}-y=5$, 解得

$y=-4$, 所以原方程组的解是 $\begin{cases} x=\frac{1}{2}, \\ y=-4. \end{cases}$

5. A 【解析】∵ 每 3 个一数, 数了 x 次, 剩余 2 个, ∴ 物体总数可表示为 $3x+2$. 又∵ 每 5 个一数, 数了 y 次, 剩余 3 个, ∴ 物体总数也可表示为 $5y+3$. 由于物体总数是固定的, ∴ $3x+2=5y+3$, 故选 A.

6. B 【解析】设每块小平行四边形地砖的长为 x cm, 短边长为 y cm. 由题意得 $\begin{cases} x+y=40, \\ 2x=x+4y, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} x=32, \\ y=8, \end{cases}$ 则每块小平行四边形地砖的短边长为 8 cm, 故选 B.

7. B 【解析】设购买 8 元的笔记本 x 本, 10 元的笔记本 y 本, 依题意得 $8x+10y=200$, 整理得 $y=20-\frac{4}{5}x$. ∵ x, y 均为正整数, ∴ $\begin{cases} x=5, \\ y=16 \end{cases}$ 或

$\begin{cases} x=10, \\ y=12 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x=15, \\ y=8 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x=20, \\ y=4, \end{cases}$ ∴ 购买方案有 4 种, 故选 B.

8. 【解】(1) 此行程的高速费原价为 $(a+b+c)$ 元, 实付 $(0.95a+0.5c)$ 元, 比原价优惠了 $a+b+c-(0.95a+0.5c)=(0.05a+b+0.5c)$ 元.

(2) 设此行程中 A 市与 K 市间广西境内特定路段和其他路段的单程高速费原价分别是 x 元和 y 元.

由题意得 $\begin{cases} 0.5y=27.55, \\ 0.95x+0.95y=95.95, \end{cases}$
解得 $\begin{cases} x=45.9, \\ y=55.1. \end{cases}$

故此行程中 A 市与 K 市间广西境内特定路段和其他路段的单程高速费原价分别是 45.9 元和 55.1 元.

刷章测

1. A 【解析】把 $\begin{cases} x=3, \\ y=2 \end{cases}$ 代入方程 $x-my=1$, 得 $3-2m=1$, 解得 $m=1$. 故选 A.

2. C 【解析】由两条直线的交点坐标为 $(1, 2)$ 可知, 该方程组的解为 $\begin{cases} x=1, \\ y=2, \end{cases}$ 故选 C.

3. D 【解析】∵ 方程 $(m-2)x^{|m|-1}+(n+3)y^{n^2-8}=$

关键点拨

根据题意得出 $m-2 \neq 0$, $|m|-1=1$, $n+3 \neq 0$, $n^2-8=1$ 是解题的关键.

5 是关于 x, y 的二元一次方程, ∴ $m-2 \neq 0$, $|m|-1=1$, $n+3 \neq 0$, $n^2-8=1$, 解得 $m=-2$, $n=3$, 故选 D.

4. C 【解析】由方程组 $\begin{cases} 3x-4y=1, & \text{①} \\ 4x+6y-z=2, & \text{②} \\ 13x-5y+2z=4 & \text{③} \end{cases}$ 可知,

第一个方程只含有 x, y , 所以将第二、第三个方程利用消元法消去 z , 可得关于 x, y 的二元一次方程, 与第一个方程联立为二元一次方程组先求出 x, y 的值, 再求 z 的值, 所以要使解法较为简便, 应先消去 z . 故选 C.

5. D 【解析】对于方程 $7x+4=y$, 7 可看作每人分的钱数, +4 表示分完后剩余的钱数, 即每人分 7 两, 则多 4 两. 对于方程 $9x-8=y$, 9 看作每人分的钱数, -8 表示分的时候缺少的钱数, 即每人分 9 两, 则少 8 两. 用“若...; 若...”表示的缺失的条件应为每人分 7 两, 则多 4 两; 每人分 9 两, 则少 8 两. 故选 D.

6. C 【解析】 $\begin{cases} 2x+my=15, & \text{①} \\ x-2y=0, & \text{②} \end{cases}$ 由②得 $x=2y$, ③

把③代入①, 得 $4y+my=15$, 即 $y=\frac{15}{4+m}$. 当 $y=1$ 时, $m=11$; 当 $y=3$ 时, $m=1$; 当 $y=5$ 时, $m=-1$; 当 $y=15$ 时, $m=-3$. $11+1+(-1)+(-3)=8$, 故所有满足条件的整数 m 之和为 8. 故选 C.

7. B 【解析】设小长方形的长为 x cm, 宽为 y cm. 由题意, 得 $\begin{cases} x+3y=16, \\ x-y=4, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} x=7, \\ y=3. \end{cases}$ 故一个小长方形的面积为 $3 \times 7 = 21$ (cm²). 故选 B.

8. D 【解析】由题意得 $\begin{cases} x+y+tz=3, & \text{①} \\ 2x-y+mz=2, & \text{②} \end{cases}$ ① $\times 2 +$ ②得 $4x+y+2tz+mz=8$, 即 $4x+y+(2t+m)z=8$. ∵ $4x+y-z$ 为定值, ∴ $2t+m=-1$. 故选 D.

9. B 【解析】令 $x+y=t$ ($t \geq 2$), 则 $t+z=9$ 的正整数解中 t 的值可以为 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, ∴ $t+z=9$ 的正整数解有 7 组. 又∵ $x+y=t=2$ 的正整数解有 1 组; $x+y=t=3$ 的正整数解有 2 组; $x+$

二元一次方程对应的图象是一条直线, 两条直线相交时, 交点的坐标即为二元一次方程组的解.

$y=t=4$ 的正整数解有 3 组; $x+y=t=5$ 的正整数解有 4 组; $x+y=t=6$ 的正整数解有 5 组; $x+y=t=7$ 的正整数解有 6 组; $x+y=t=8$ 的正整数解有 7 组, \therefore 方程 $x+y+z=9$ 的正整数解的组数为 $1+2+3+4+5+6+7=28$. 故选 B.

10. D 【解析】关于 x, y 的二元一次方程组

$$\begin{cases} x+3y=4-a, & \text{①} \\ x-y=3a, & \text{②} \end{cases} \quad \text{①}+\text{②}, \text{得 } 2x+2y=4+2a, \text{即}$$

$x+y=2+a$. 当方程组的解 x, y 的值互为相反数, 即 $x+y=0$ 时, $2+a=0$, 所以 $a=-2$, 故 (1) 中的结论正确; 原方程组的解满足 $x+y=2+a$, 当 $a=1$ 时, $x+y=3$, 而方程 $x+y=4+2a$ 的解满足 $x+y=6$, 故 (2) 中的结论不正确; 方程

$$\begin{cases} x+3y=4-a, \\ x-y=3a, \end{cases} \text{解得 } \begin{cases} x=2a+1, \\ y=1-a, \end{cases} \text{所以 } x+2y=$$

$2a+1+2-2a=3$, 故 (3) 中的结论正确; 方程

$$\begin{cases} x+3y=4-a, & \text{①} \\ x-y=3a, & \text{②} \end{cases} \text{由方程①得 } a=4-x-3y, \text{代}$$

入方程②得 $x-y=3(4-x-3y)$, 整理得 $y=-\frac{x}{2}+\frac{3}{2}$, 故 (4) 中的结论正确. 故选 D.

11. 3 【解析】 $\because \begin{cases} x=3, \\ y=-2 \end{cases}$ 是方程组 $\begin{cases} ax+by=1, \\ ax-by=5 \end{cases}$ 的

$$\text{解}, \therefore \begin{cases} 3a-2b=1, & \text{①} \\ 3a+2b=5, & \text{②} \end{cases} \quad \text{①}+\text{②} \text{得 } 6a=6, \therefore a=1.$$

将 $a=1$ 代入①得 $3-2b=1$, $\therefore b=1$, $\therefore a^{2023}+2b^{2023}=1+2=3$.

12. 241 【解析】令 $\triangle=x, \square=y$, 则 $\bigcirc=2x$. 根据

$$\text{题意得 } \begin{cases} 2x+2x=y, \\ 2x+y+y+5=15, \end{cases} \text{解得 } \begin{cases} x=1, \\ y=4, \end{cases} \therefore \triangle=$$

1, $\square=4, \bigcirc=2$, 因此, 牌照号码的后三位数是 241. 故答案为 241.

13. -1 【解析】 $\begin{cases} x+2y=-a+1, & \text{①} \\ x-3y=4a+6, & \text{②} \end{cases}$ ① $\times 4$ +②得

$$4x+8y+x-3y=-4a+4+4a+6, \text{即 } x+y=2, \therefore -x-y=-2, \therefore k=-1. \text{故答案为}-1.$$

14. 33 【解析】设每份一等奖奖品的价值为 x 元, 每份二等奖奖品的价值为 y 元, 每份三等奖奖品的价值为 z 元. 根据题意, 得

关键点拨

将两个未知数看成一个整体可减少未知数的数量.

思路分析

设每份一等奖奖品的价值为 x 元, 每份二等奖奖品的价值为 y 元, 每份三等奖奖品的价值为 z 元, 根据题意即可得出关于 x, y, z 的三元

一次方程组, 进而可得出答案.

$$\begin{cases} 2x+y+3z=41, & \text{①} \\ x+3y+3z=37, & \text{②} \end{cases} \quad 2\times\text{②}-\text{①}, \text{得 } 5y+3z=33.$$

15. 【解】(1) ① $\times 2$, 得 $4x+10y=-28$. ③

$$\text{③}-\text{②}, \text{得 } 11y=-44, \text{解得 } y=-4.$$

把 $y=-4$ 代入②, 得 $4x+4=16$, 解得 $x=3$.

$$\text{则原方程组的解为 } \begin{cases} x=3, \\ y=-4. \end{cases}$$

$$(2) \text{②}-\text{①}, \text{得 } 3x+2y=5. \text{④}$$

$$\text{③}-\text{②}, \text{得 } 5x+2y=11. \text{⑤}$$

$$\text{⑤}-\text{④}, \text{得 } 2x=6, \text{解得 } x=3.$$

把 $x=3$ 代入④, 得 $9+2y=5$, 解得 $y=-2$.

把 $x=3, y=-2$ 代入①, 得 $3+2+z=0$, 解得 $z=-5$.

$$\text{则原方程组的解为 } \begin{cases} x=3, \\ y=-2, \\ z=-5. \end{cases}$$

16. 【解】任务 1 设 1 张 A 演出门票的价格为 x 元, 1 张 B 演出门票的价格为 y 元.

$$\text{由题意得 } \begin{cases} 2x=y+10, \\ 5x=3y, \end{cases}$$

$$\text{解得 } \begin{cases} x=30, \\ y=50. \end{cases}$$

答: 1 张 A 演出门票的价格为 30 元, 1 张 B 演出门票的价格为 50 元.

任务 2 设购买 A 演出门票 m 张, 购买 B 演出门票 n 张. 依题意得 $30m+50n=600$,

$$\therefore m=20-\frac{5}{3}n. \because m, n \text{ 均为正整数, 且 } m>n,$$

$$\therefore \begin{cases} m=15, \\ n=3 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} m=10, \\ n=6, \end{cases} \therefore \text{共有 2 种购买方案.}$$

$\therefore 15+3=18$ (张), $10+6=16$ (张), 购买门票的总数量尽量多,

\therefore 最佳购买方案为购买 15 张 A 演出门票, 3 张 B 演出门票.

17. 【解】(1) 根据题意可得 $5n \times OC = 3m \times OB$.

$$\because OC=OB, \therefore 5n=3m. \because m=5, \therefore n=3, \text{故答案为 3.}$$

- (2) 根据题意得 $(5+15)(9m+30n)=100\times 15$, $\therefore 3m+10n=25$. $\because m, n$ 为整数, $\therefore m=5$, $n=1$, $\therefore m+n=6$.
- (3) 设这个小球的质量为 x g, 若干个物体 N 的总质量为 y g.

根据题意得
$$\begin{cases} 50(x+y)=2\times 100\times 15, \\ 30(x+2y)=2\times 100\times 15, \end{cases}$$

解得
$$\begin{cases} x=20, \\ y=40. \end{cases}$$

答: 这个小球的质量为 20 g.

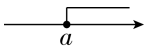
第十一章 不等式与不等式组

11.1 不等式

11.1.1 不等式及其解集



1. **C** 【解析】根据不等式的概念可知, 不等式有 ①②⑤⑥, 共 4 个. 故选 C.
2. **D** 【解析】A、B、C 选项蕴含相等关系; D 选项中正数是指大于零的数, 蕴含不等关系.
3. **B** 【解析】 \because 纪录用时为 t_0 , \therefore 若今后的选手要打破该纪录, 则比赛用时 $t < t_0$. 故选 B.
4. **A** 【解析】根据题意得 $100(1-10\%)x \geq 750$. 故选 A.
5. $210x+90(15-x) \geq 2\ 000$ 【解析】由题意得 $210x+90(15-x) \geq 2\ 000$.
6. 【解】(1) $2a-4 > 0$.
(2) $x-y \geq 0$.
(3) $|x|+1 \geq 1$.
(4) $m > 2n$.
7. **D** 【解析】设这个数为 x , 则 $x \geq a$, 在数轴上表示如下:



- 故选 D.
8. $2x < -1$ (答案不唯一) 【解析】符合要求的不等式可以为 $2x < -1$, 故答案为 $2x < -1$ (答案不唯一).
9. 【解】把 76, 73, 79, 80, 74. 9, 75. 1, 90 分别代入不等式 $2x > 150$, 使之成立的有 76, 79, 80,

刷有所得
用“<”“>”或“≠”等符号表示不等关系的式子叫作不等式.

关键点拨
掌握不等式两边加(或减)同一个数(或式子), 不等号的方向不变是解题的关键.

关键点拨
在数轴上表示不等式的解集, 掌握若边界点含于解集为实心圆点, 不含于解集为空心圆圈; 小于向左, 大于向右是解题的关键.

75. 1, 90, 该不等式的解还有 77, 78, 81, 82, …, 该不等式的解有无数个, 发现所有大于 75 的数均是该不等式的解.

11.1.2 不等式的性质



1. **A** 【解析】A 选项, $\because a > b, c = d$, $\therefore a + c > b + d$, 故该选项符合题意; B 选项, 当 $a = 2, b = 1, c = d = 3$ 时, $a + b < c + d$, 故该选项不符合题意; C 选项, 当 $a = 2, b = 1, c = d = -3$ 时, $a + c < b + d$, 故该选项不符合题意; D 选项, 当 $a = -1, b = -2, c = d = 3$ 时, $a + b < c + d$, 故该选项不符合题意. 故选 A.
2. **A** 【解析】 $\because m + 2\ 026 \leq n + 2\ 026$, $\therefore m \leq n$, 故 A 选项符合题意. 故选 A.
3. **D** 【解析】若 $a > b - 1$, 不等式两边加 1 可得 $a + 1 > b$, 故 A 不符合题意, D 符合题意; 根据 $a > b - 1$, 无法得到 $a - 1 < b, a > b$, 故 B、C 不符合题意. 故选 D.
4. **<** 【解析】根据题图可知 $x < 5$, 所以 $x - 3 < 2$. 故答案为 <.
5. **A** 【解析】 $\because a < b$, $\therefore -2a > -2b$. 故选 A.
6. **D** 【解析】A 选项, 由题图可知, $a > b, c < 0$, 则 $ac < bc$, 故不符合题意; B 选项, 由题图可知, $a < b$, 故不符合题意; C 选项, 由题图可知, $a < b$, 故不符合题意; D 选项, 由题图可知, $a > b, c >$